Utdanningsdirektoratet

Eksamen

21.05.2026

REA3056 Matematikk R1

Se eksamenstips på baksiden!

Nynorsk/Bokmål

Nynorsk

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamenen varer i 5 timar. Delen utan og delen med hjelpemiddel blir delte ut samstundes. Delen utan hjelpemiddel skal leverast etter 3 timar. Etter 3 timar kan du bruke hjelpemiddel. Delen med hjelpemiddel skal leverast innan 5 timar.
Hjelpemiddel	**Del 1** Du kan bruke skrivesaker og linjal. **Del 2** Du kan bruke alle hjelpemiddel, med unntak av internett og andre verktøy som tillèt kommunikasjon. Du har ikkje lov til å bruke kunstig intelligens som hjelpemiddel under eksamen.
Framgangsmåte	Delen utan hjelpemiddel har 9 oppgåver. Delen med hjelpemiddel har 5 oppgåver. Der oppgåveteksten ikkje seier noko anna, kan du fritt velje framgangsmåte. Dersom oppgåva krev ein bestemt løysingsmetode, kan ein alternativ metode gi noko utteljing. Bruk av digitale verktøy som rekneark, programmering, grafteiknar og CAS skal dokumenterast.
Rettleiing om vurderinga	Poeng er berre rettleiande i vurderinga. Karakteren blir fastsett etter ei samla vurdering. Det betyr at sensorane vurderer i kva grad du • kan bruke formålstenlege omgrep og strategiar til å utforske og løyse matematiske problem • kan kommunisere eigne løysingar og resonnement gjennom bruk av formålstenlege representasjonar • kan lage, nytte, tolke og kritisk vurdere matematiske modellar • kan vurdere, resonnere og argumentere for eigne og andre sine framgangsmåtar og løysingar • kan gjere greie for mønster og samanhengar og nytte dette i berekningar og resonnement
Kjelder	Sjå kjeldeliste til slutt.

DEL 1
Utan hjelpemiddel

Oppgåve 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen h gitt ved

$$h(x) = 3x^2 - 5 + \frac{3}{x-2}$$

Oppgåve 2 (5 poeng)

Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = e^x(6 - e^x)$$

a) Bestem eventuelle nullpunkt til funksjonen f.

b) Vis at $f'(x) = 2e^x(3 - e^x)$.

c) Bestem koordinatane til eventuelle topp- eller botnpunkt på grafen til f.
Avgjer om eventuelle punkt er topp- eller botnpunkt.

Oppgåve 3 (4 poeng)

a) Sorter uttrykka nedanfor i stigande rekkjefølgje.

$$\log_2 8 \qquad e^{3\ln 1} \qquad \lg 7 \qquad \sqrt[4]{3^3}$$

Hugs å grunngi svaret.

b) Skriv så enkelt som mogleg

$$\lg(ab) - \lg\frac{a}{b} + \lg(100b^3)$$

Oppgåve 4 **(2 poeng)**

Bestem grenseverdien dersom han eksisterer

$$\lim_{x \to \infty} \frac{2x+2}{3x^2+3}$$

Oppgåve 5 **(3 poeng)**

Avgjer om kvar påstand nedanfor er sann eller usann.
Forklar tydeleg korleis du har resonnert.

a) Ein funksjon f er gitt ved

$$f(x) = \frac{ax^2+bx+c}{x-d} \qquad \text{der } a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

Påstand: Alle funksjonar på denne forma har ein vertikal asymptote $x = d$.

b) Ein funksjon g er gitt ved

$$g(x) = e^{x-3} \qquad \text{der } x \in \mathbb{R}$$

Påstand: Den omvende funksjonen til g er gitt ved $g^{-1}(x) = \ln(x) + 3$ der $D_{g^{-1}} = \langle 0, \rightarrow \rangle$

Oppgåve 6 **(2 poeng)**

Ein funksjon f gitt ved $f(x) = \ln(x+2)$, har ein omvend funksjon g .
Bestem $g'(1)$.

Oppgåve 7 **(4 poeng)**

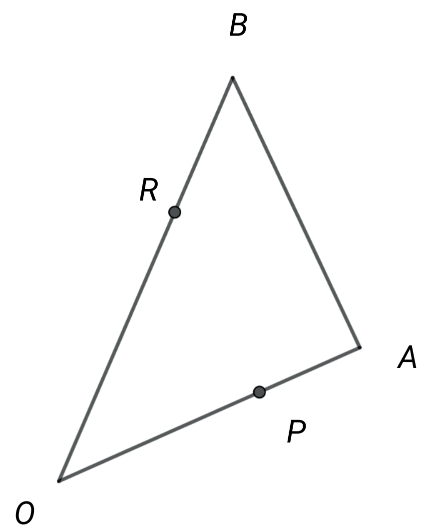
Gitt punkta $A(1,-3)$, $B(4,1)$ og $C(-2,a)$, der $a \in \mathbb{R}$.

a) Bestem a slik at vinkel BAC blir $90°$.

b) Bestem a slik at $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Oppgåve 8 **(3 poeng)**

Gitt trekanten OAB nedanfor.



Punktet P er plassert slik at linjestykket OP er $\frac{2}{3}$ av linjestykket OA,

og punktet R er plassert slik at linjestykket OR er $\frac{2}{3}$ av linjestykket OB.

Vektorane $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er gitt ved $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ *og* $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$.

a) Uttrykk $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{PR}$ ved hjelp av $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

b) Vis at $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{PR}$.

c) Kor langt er linjestykket AB dersom $\left|\overrightarrow{PR}\right| = \frac{\sqrt{2}}{3}$?

Oppgåve 9 (5 poeng)

Programkoden nedanfor er ikkje heilt ferdig.

```
1   def f(x):
2       return 1/3*x**3 + 5/3*x**2 + 25/9*x
3
4   def g(x):
5       h = 0.000001
6       return (f(x + h) - f(x))/h
7
8   x = -4
9   slutt = 4
10  dx = 0.002
11  maks_avvik = 0.000001
12
13  while (x < slutt):
14      x = x + dx
15      if abs(g(x)) < maks_avvik:                  #sjekkar om g(x) er nær 0
16
17          if g(x - dx) * g(x + dx) > 0:
18              print("f har eit A for x =", x)
19
20          elif g(x - dx) < g(x + dx):
21              print("f har eit B for x =", x)
22
23          elif g(x - dx) > g(x + dx):
24              print("f har eit C for x =", x)
```

a) Forklar samanhengen mellom $f(x)$ og $g(x)$ i koden.

b) Kva for nokre tre ulike omgrep skal stå i staden for A, B og C i linje 18, 21 og 24?

Når programmet blir køyrt, blir det skrive ut ei setning.

c) I kva for ei linje står denne setninga?
Hugs å grunngi svaret.

DEL 2
Med hjelpemiddel

Oppgåve 1 (5 poeng)

Tabellen nedanfor viser farten til ein rakett nokre sekund etter at raketten har forlate utskytingsrampen.

Tid (sekund)	1	5	10	20	50	100	150
Fart (meter per sekund)	7,3	9,2	10,7	25,6	61,3	183,0	218,2

a) Lag ein modell V på forma

$$V(t) = \frac{C}{1 + a \cdot e^{-kt}}$$

for farten $V(t)$ meter per sekund, t sekund etter at raketten har forlate utskytingsrampen.

b) Kor lang tid tar det før raketten oppnår ein fart på $100\ \text{m/s}$?

c) Når er fartsauken til raketten størst?
Kor stor er denne fartsauken?

d) Kor lenge aukar farten til raketten med meir enn $2\ \text{m/s}^2$?

Oppgåve 2 (6 poeng)

Banefart er lengda av fartsvektoren.

Ein skøyteløpar bevegar seg over eit islagt vatn.

I eit koordinatsystem der einingane langs aksen er meter, er posisjonen til skøyteløparen etter t sekund gitt ved

$$l: \begin{cases} x = 6t + 120 \\ y = \dfrac{5}{3}t + 50 \end{cases} \qquad t \in [0, 200]$$

a) Bestem banefarten og posisjonen til skøyteløparen etter eit halvt minutt.

Samtidig med skøyteløparen kjem ein hund springande over isen. I det same koordinatsystemet er posisjonen til hunden etter t sekund gitt ved

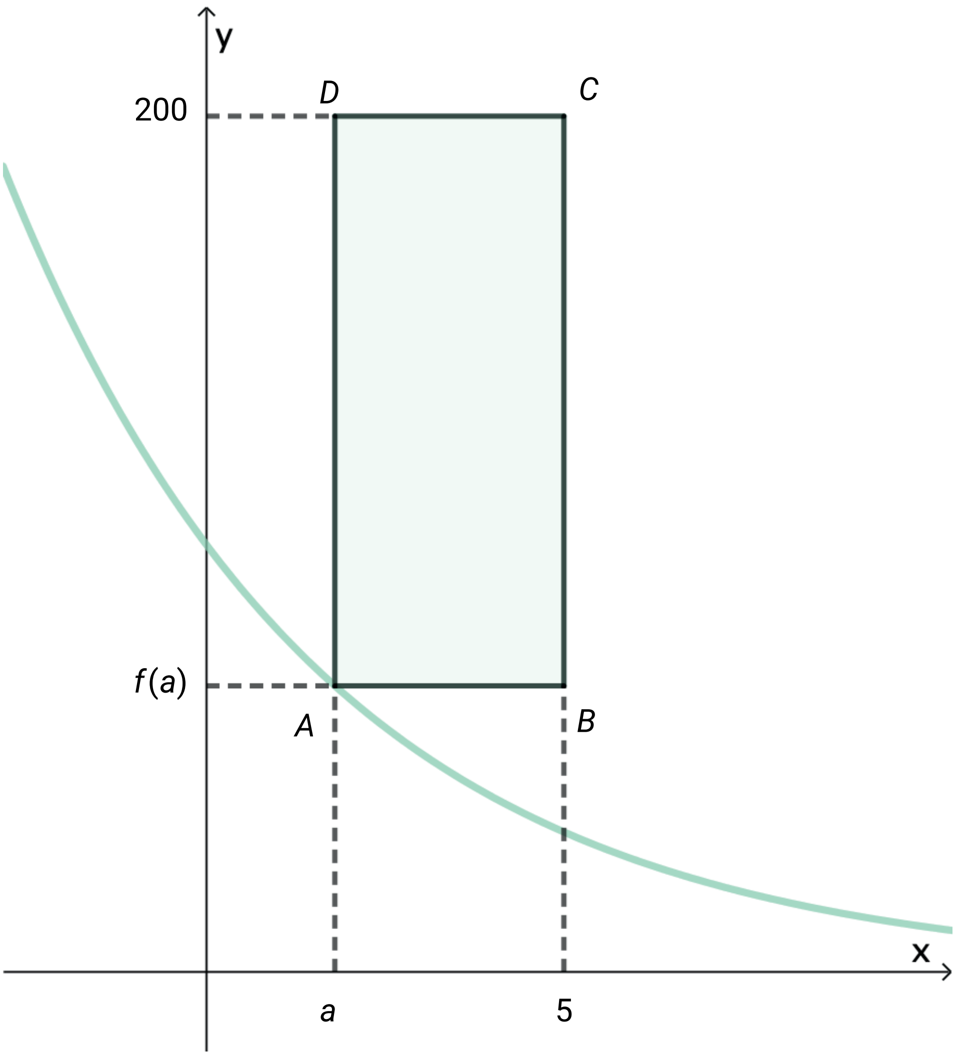
$$m: \begin{cases} x = \dfrac{13}{2}t + 250 \\ y = -\dfrac{9}{5}t + 520 \end{cases} \qquad t \in [0, 200]$$

b) Vis at skøyteløparen ikkje vil treffe hunden.

Hunden har vore sakna ei stund, og skøyteløparen ønskjer å fange han. Skøyteløparen oppdagar hunden etter 1 minutt, og aukar då banefarten sin utan å endre retning. Hunden endrar verken retning eller banefart.

c) Kva ny konstant banefart må skøyteløparen halde frå dette tidspunktet for å fange hunden?

Oppgåve 3 **(3 poeng)**



Figuren ovanfor viser grafen til ein funksjon f gitt ved $f(x)=100\cdot 0{,}8^x$
og eit rektangel $ABCD$.

Punktet A har koordinatane $A(a, f(a))$ der $a\in[0,\ 5\rangle$.
Punkta B og C har førstekoordinat 5, og punkta C og D har andrekoordinat 200.

a) Uttrykk lengda av linjestykka AB og AD ved a.

b) Bruk derivasjon til å bestemme det største arealet rektangelet $ABCD$ kan få.

Oppgåve 4 (4 poeng)

Utdraget nedanfor er henta frå regjeringa sine nettsider om straumtiltak og støtte til hushalda.

Støtte til husholdningene

Husholdninger

Ansvar: Energidepartementet.

Regjeringen har de siste årene gjennomført en rekke tiltak for å skjerme husholdningene mot høye strømpriser og legge til rette for et mer forbrukervennlig strømmarked.

Strømstønad til husholdningene

Strømstønadsordningen har siden desember 2021 bidratt til å skjerme husholdninger mot ekstraordinært høye strømpriser. Ordningen gir forutsigbarhet og bidrar til å holde strømutgiftene til husholdningene nede. Når spotprisen i enkelttimer overstiger 75 øre/kWh eksklusive merverdiavgift, vil strømstønaden dekke 90 prosent av prisen over dette nivået. Husholdninger får stønad på strømforbruk på opptil 5 000 kWh per måned per målepunkt. Ordningen administreres gjennom husholdningenes lokale nettselskap og skjer gjennom et automatisk fratrekk på fakturaen for nettleie.

Spotpris er den varierande prisen for straum. Han endrar seg heile tida, avhengig av kor mykje straum som blir produsert, og kor mykje folk bruker.

I denne oppgåva kan du sjå bort frå meirverdiavgift og anta eit straumforbruk under 5000 kWh per månad per målepunkt.

La $f(x)$ beskrive straumprisen til hushaldet i øre/kWh, etter at straumstønaden er trekt frå, der x er spotprisen i øre/kWh.

a) Forklar kvifor funksjonen f har delt forskrift, og grunngi kvifor han må vere kontinuerleg.

b) Set opp eit funksjonsuttrykk for $f(x)$.

Oppgåve 5 **(2 poeng)**

Ein funksjon f er gitt ved $f(x) = e^{2x}$ der $x \in \mathbb{R}$.

Grafen til f har éin tangent som går gjennom origo.

Bestem eksakte verdiar for koordinatane til tangeringspunktet.

Bokmål

Eksamensinformasjon	
Eksamenstid	Eksamenen varer i 5 timer. Delen uten og delen med hjelpemidler blir delt ut samtidig. Delen uten hjelpemidler skal leveres etter 3 timer. Etter 3 timer kan du bruke hjelpemidler. Delen med hjelpemidler skal leveres innen 5 timer.
Hjelpemidler	**Del 1** Du kan bruke skrivesaker og linjal. **Del 2** Du kan bruke alle hjelpemidler, med unntak av internett og andre verktøy som tillater kommunikasjon. Du har ikke lov til å bruke kunstig intelligens som hjelpemiddel under eksamen.
Framgangsmåte	Delen uten hjelpemidler har 9 oppgaver. Delen med hjelpemidler har 5 oppgaver. Der oppgaveteksten ikke sier noe annet, kan du fritt velge framgangsmåte. Dersom oppgaven krever en bestemt løsningsmetode, kan en alternativ metode gi noe uttelling. Bruk av digitale verktøy som regneark, programmering, graftegner og CAS skal dokumenteres.
Veiledning om vurderingen	Poeng er bare veiledende i vurderingen. Karakteren blir fastsatt etter en samlet vurdering. Det betyr at sensorene vurderer i hvilken grad du • kan bruke hensiktsmessige begreper og strategier til å utforske og løse matematiske problemer • kan kommunisere egne løsninger og resonnementer gjennom bruk av hensiktsmessige representasjoner • kan lage, anvende, tolke og kritisk vurdere matematiske modeller • kan vurdere, resonnere og argumentere for egne og andres framgangsmåter og løsninger • kan gjøre rede for mønstre og sammenhenger og anvende dette i beregninger og resonnementer
Kilder	Se kildeliste til slutt.

DEL 1
Uten hjelpemidler

Oppgave 1 (2 poeng)

Deriver funksjonen h gitt ved

$$h(x) = 3x^2 - 5 + \frac{3}{x-2}$$

Oppgave 2 (5 poeng)

En funksjon f er gitt ved

$$f(x) = e^x(6 - e^x)$$

a) Bestem eventuelle nullpunkter til funksjonen f.

b) Vis at $f'(x) = 2e^x(3 - e^x)$.

c) Bestem koordinatene til eventuelle topp- eller bunnpunkter på grafen til f.
Avgjør om eventuelle punkter er topp- eller bunnpunkter.

Oppgave 3 (4 poeng)

a) Sorter uttrykkene nedenfor i stigende rekkefølge.

$$\log_2 8 \qquad e^{3\ln 1} \qquad \lg 7 \qquad \sqrt[4]{3^3}$$

Husk å begrunne svaret.

b) Skriv så enkelt som mulig

$$\lg(ab) - \lg\frac{a}{b} + \lg(100b^3)$$

Oppgave 4 (2 poeng)

Bestem grenseverdien dersom den eksisterer

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x+2}{3x^2+3}$$

Oppgave 5 (3 poeng)

Avgjør om hver påstand nedenfor er sann eller usann.
Forklar tydelig hvordan du har resonnert.

a) En funksjon f er gitt ved

$$f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x-d} \qquad \text{der } a, b, c, d \in \mathbb{R}$$

Påstand: Alle funksjoner på denne formen har en vertikal asymptote $x=d$.

b) En funksjon g er gitt ved

$$g(x)=e^{x-3} \qquad \text{der } x \in \mathbb{R}$$

Påstand: Den omvendte funksjonen til g er gitt ved $g^{-1}(x)=\ln(x)+3$ der $D_{g^{-1}}=\langle 0,\rightarrow\rangle$

Oppgave 6 (2 poeng)

En funksjon f gitt ved $f(x)=\ln(x+2)$, har en omvendt funksjon g.
Bestem $g'(1)$.

Oppgave 7 **(4 poeng)**

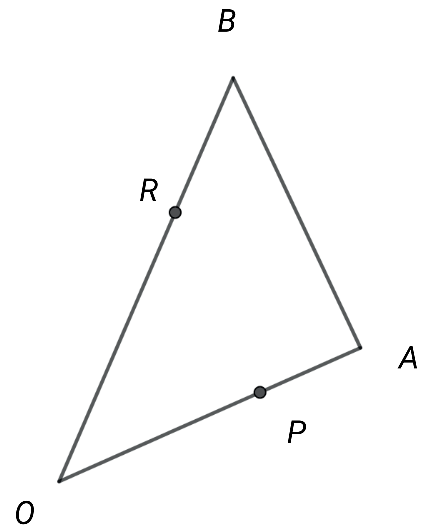
Gitt punktene $A(1,-3)$, $B(4,1)$ og $C(-2,a)$, der $a \in \mathbb{R}$.

a) Bestem a slik at vinkel BAC blir 90°.

b) Bestem a slik at $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{AC}|$.

Oppgave 8 **(3 poeng)**

Gitt trekanten OAB nedenfor.



Punktet P er plassert slik at linjestykket OP er $\dfrac{2}{3}$ av linjestykket OA,

og punktet R er plassert slik at linjestykket OR er $\dfrac{2}{3}$ av linjestykket OB.

Vektorene $\vec{a}$ og $\vec{b}$ er gitt ved $\vec{a} = \overrightarrow{OA}$ og $\vec{b} = \overrightarrow{OB}$.

a) Uttrykk $\overrightarrow{AB}$ og $\overrightarrow{PR}$ ved hjelp av $\vec{a}$ og $\vec{b}$.

b) Vis at $\overrightarrow{AB} \parallel \overrightarrow{PR}$.

c) Hvor langt er linjestykket AB dersom $\left|\overrightarrow{PR}\right| = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$?

Oppgave 9 (5 poeng)

Programkoden nedenfor er ikke helt ferdig.

```
1   def f(x):
2       return 1/3*x**3 + 5/3*x**2 + 25/9*x
3
4   def g(x):
5       h = 0.000001
6       return (f(x + h) - f(x))/h
7
8   x = -4
9   slutt = 4
10  dx = 0.002
11  maks_avvik = 0.000001
12
13  while (x < slutt):
14      x = x + dx
15      if abs(g(x)) < maks_avvik:                  #sjekker om g(x) er nær 0
16
17          if g(x - dx) * g(x + dx) > 0:
18              print("f har et A for x =", x)
19
20          elif g(x - dx) < g(x + dx):
21              print("f har et B for x =", x)
22
23          elif g(x - dx) > g(x + dx):
24              print("f har et C for x =", x)
```

a) Forklar sammenhengen mellom $f(x)$ og $g(x)$ i koden.

b) Hvilke tre ulike begreper skal stå i stedet for A, B og C i linje 18, 21 og 24?

Når programmet kjøres, skrives det ut en setning.

c) I hvilken linje står denne setningen?
Husk å begrunne svaret.

DEL 2
Med hjelpemidler

Oppgave 1 (5 poeng)

Tabellen nedenfor viser farten til en rakett noen sekunder etter at raketten har forlatt utskytingsrampen.

Tid (sekunder)	1	5	10	20	50	100	150
Fart (meter per sekund)	7,3	9,2	10,7	25,6	61,3	183,0	218,2

a) Lag en modell V på formen

$$V(t) = \frac{C}{1 + a \cdot e^{-kt}}$$

for farten $V(t)$ meter per sekund, t sekunder etter at raketten har forlatt utskytingsrampen.

b) Hvor lang tid tar det før raketten oppnår en fart på $100\ \text{m/s}$?

c) Når er fartsøkningen til raketten størst?
Hvor stor er denne fartsøkningen?

d) Hvor lenge øker farten til raketten med mer enn $2\ \text{m/s}^2$?

Oppgave 2 (6 poeng)

Banefart er lengden av fartsvektoren.

En skøyteløper beveger seg over et islagt vann.

I et koordinatsystem der enhetene langs aksene er meter, er posisjonen til skøyteløperen etter t sekunder gitt ved

$$l:\begin{cases} x = 6t + 120 \\ y = \dfrac{5}{3}t + 50 \end{cases} \qquad t \in [0,200]$$

a) Bestem banefarten og posisjonen til skøyteløperen etter et halvt minutt.

Samtidig med skøyteløperen kommer en hund springende over isen. I det samme koordinatsystemet er posisjonen til hunden etter t sekunder gitt ved

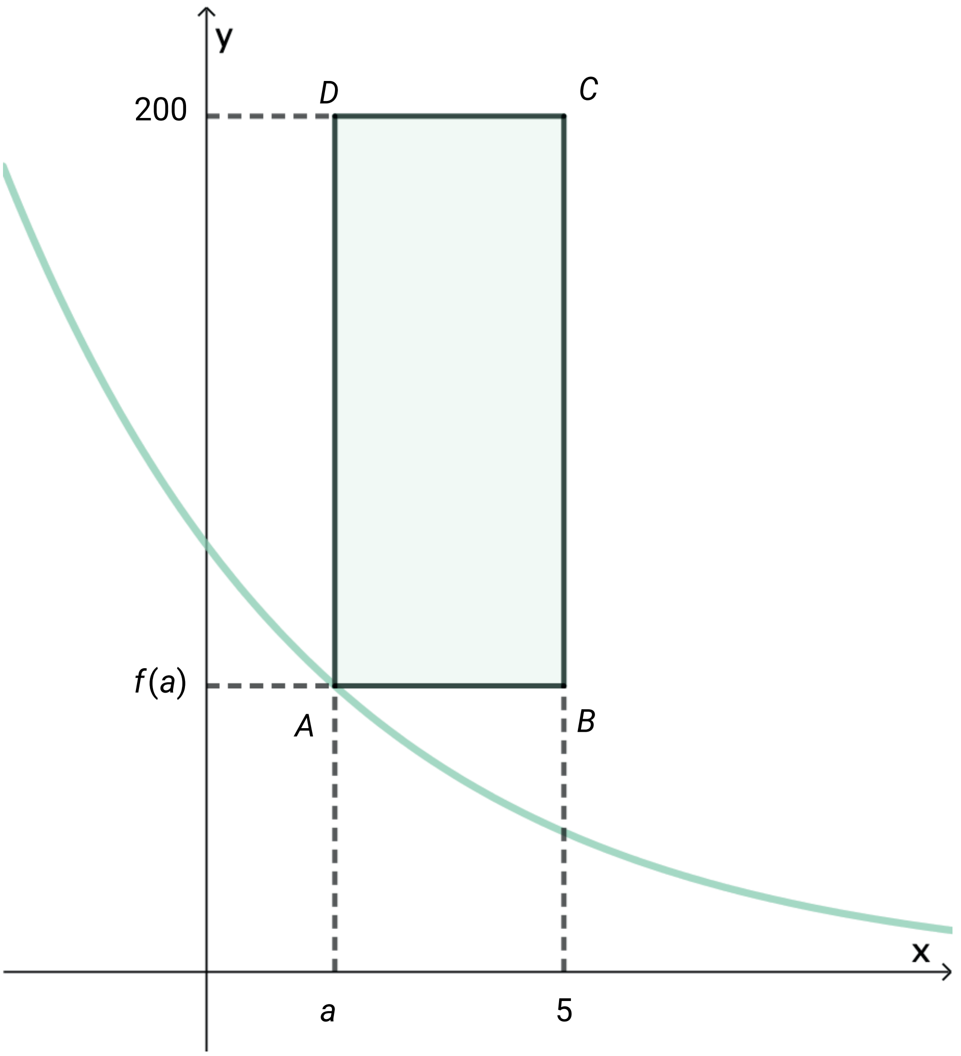
$$m:\begin{cases} x = \dfrac{13}{2}t + 250 \\ y = -\dfrac{9}{5}t + 520 \end{cases} \qquad t \in [0,200]$$

b) Vis at skøyteløperen ikke vil treffe hunden.

Hunden har vært savnet en stund, og skøyteløperen ønsker å fange den. Skøyteløperen oppdager hunden etter 1 minutt, og øker da sin banefart uten å endre retning. Hunden endrer verken retning eller banefart.

c) Hvilken ny konstant banefart må skøyteløperen holde fra dette tidspunktet for å fange hunden?

Oppgave 3 **(3 poeng)**



Figuren ovenfor viser grafen til en funksjon f gitt ved $f(x) = 100 \cdot 0{,}8^x$
og et rektangel $ABCD$.

Punktet A har koordinatene $A(a, f(a))$ der $a \in [0,\ 5\rangle$.
Punktene B og C har førstekoordinat 5, og punktene C og D har andrekoordinat 200.

a) Uttrykk lengden av linjestykkene AB og AD ved a.

b) Bruk derivasjon til å bestemme det største arealet rektangelet $ABCD$ kan få.

Oppgave 4 (4 poeng)

Utdraget nedenfor er hentet fra regjeringens nettsider om strømtiltak og støtte til husholdningene.

Støtte til husholdningene

Husholdninger

Ansvar: Energidepartementet.

Regjeringen har de siste årene gjennomført en rekke tiltak for å skjerme husholdningene mot høye strømpriser og legge til rette for et mer forbrukervennlig strømmarked.

Strømstønad til husholdningene

Strømstønadsordningen har siden desember 2021 bidratt til å skjerme husholdninger mot ekstraordinært høye strømpriser. Ordningen gir forutsigbarhet og bidrar til å holde strømutgiftene til husholdningene nede. Når spotprisen i enkelttimer overstiger 75 øre/kWh eksklusive merverdiavgift, vil strømstønaden dekke 90 prosent av prisen over dette nivået. Husholdninger får stønad på strømforbruk på opptil 5 000 kWh per måned per målepunkt. Ordningen administreres gjennom husholdningenes lokale nettselskap og skjer gjennom et automatisk fratrekk på fakturaen for nettleie.

Spotpris er den varierende prisen for strøm. Den endrer seg hele tiden, avhengig av hvor mye strøm som produseres, og hvor mye folk bruker.

I denne oppgaven kan du se bort fra merverdiavgift og anta et strømforbruk under 5000 kWh per måned per målepunkt.

La $f(x)$ beskrive strømprisen til husholdningen i øre/kWh, etter at strømstønaden er trukket fra, der x er spotprisen i øre/kWh.

a) Forklar hvorfor funksjonen f har delt forskrift, og begrunn hvorfor den må være kontinuerlig.

b) Sett opp et funksjonsuttrykk for $f(x)$.

Oppgave 5 **(2 poeng)**

En funksjon f er gitt ved $f(x) = e^{2x}$ der $x \in \mathbb{R}$.

Grafen til f har én tangent som går gjennom origo.

Bestem eksakte verdier for koordinatene til tangeringspunktet.

Kilder

Del 2

Oppgave 1

Bilde av WikiImages, fra Pixabay
(https://pixabay.com/photos/rocket-launch-rocket-take-off-67643/).

Oppgave 4

Utdrag fra regjeringens nettsider.
Regjeringen. (2025, 16. desember). *Regjeringens strømtiltak*.
https://www.regjeringen.no/no/tema/energi/regjeringens-stromtiltak/id2900232/?expand=factbox2900261

Kilde for andre bilder, tegninger og grafiske framstillinger: Utdanningsdirektoratet

Blank side

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGÅVA:

- Start med å lese oppgåveinstruksen godt.
- Hugs å føre opp kjeldene i svaret ditt dersom du bruker kjelder.
- Les gjennom det du har skrive, før du leverer.
- Bruk tida. Det er lurt å drikke og ete undervegs.

Lykke til!

TIPS TIL DEG SOM AKKURAT HAR FÅTT EKSAMENSOPPGAVEN:

- Start med å lese oppgaveinstruksen godt.
- Husk å føre opp kildene i svaret ditt hvis du bruker kilder.
- Les gjennom det du har skrevet, før du leverer.
- Bruk tiden. Det er lurt å drikke og spise underveis.

Lykke til!